

ПРЕПРИНТ № 8 - 355

ИВТАН

РОССИЙСКАЯ НАУЧНОЕ
АКАДЕМИЧ ОБЪЕДИНЕНИЕ
НАУК "ИВТАН"

RUSSIAN SCIENTIFIC
ACADEMY ASSOCIATION
OF SCIENCES "IVTAN"

МОСКВА
1992

А.П.Деревянко
С.А.Медин

КВАЗИНУЛЬМЕРНАЯ
МОДЕЛЬ УСКОРЕНИЯ
ПЛАЗМЕННОГО СТУПКА
В КОАКСИАЛЕ

А.П.Дервянко, С.А.Медин

Квазиульмерная модель ускорения плазменного
сгустка в коаксиале

Препринт ИВТАН N 8-355. - М.:1992, с.20

Данная работа посвящена численному моделированию плазмодинамического размыкателя (ПДР) (Plasma Flow Switch) на стадии электровзрыва и ускорения сгустка в вакуумной электромагнитной пушке, что позволяет использовать ее результаты для систем, использующих подобный метод ускорения рабочего тела. В работе представлена квазиульмерная (QOD) модель расчета динамики[†] (включая электровзрыв) плазменного сгустка в вакуумном электромагнитном ускорителе. Модель позволяет получить следующие временные зависимости: напряжения на емкостном накопителе; разрядного тока; положения и скорости центра масс сгустка; толщины, температуры и скорости разлета сгустка. В расчете учитываются реальные свойства материала сгустка (алюминий) и потери на излучение. С помощью программного продукта, развитого на основе этой модели, проведены вычисления для установки Shiva Star. Сравнение экспериментальных и расчетных характеристик показывает, что данная модель адекватно описывает поведение разрядного тока, его максимальное значение и время достижения этого максимального значения. Кроме этого вычисления дают правильное значение скорости центра масс сгустка при вылете из ствола ускорителя. В работе дается объяснение обнаруженному явлению пульсаций сгустка.

Ил.13. Библиогр. 25 наим.

Введение

Схема ПДР представлена на рис. 1. В начале коаксиальной вакуумной плазменной пушки расположен "запал" - сетка из металлических (Al) проволок, иногда по движению плазмы ставится диэлектрическая планка ограничитель [24], к которому подводится энергия от накопителя. Через время, необходимая для испарения и ионизации запала, получившийся плазменный сгусток под действием ponderomotive сил начинает ускоряться к носу плазменной пушки. Далее основная масса плазмы вылетает из пушки, а низкоплотная плазма, имеющая малые скорости, (например, из приэлектродных областей) начинает быстро расширяться по направлению к нагрузке (обычно лайнеру), принося в эту область накопленную магнитную энергию.

Так как на низкоплотную плазму действует то же самое магнитное давление, а плотность плазмы упала существенно, то скорости потока U резко возрастают, а с ними возрастает и произведение UB , интеграл от которого определяет выходное напряжение ПДР. Видимо наиболее "начальное" напряжения на конденсаторной батарее. Видимо наиболее "продвинутыми" в развитии ПДР являются эксперименты описанные в работе [8]. В начале коаксиальной плазменной пушки (с внешним радиусом 10,16 см и внутренним 7,62 см) располагается "плотенка" из 120 алюминиевых проволок диаметром 50,8 мкм, используемая для инициализации разряда (рис. 1). Далее располагается "барьер" из нейларовой пленки толщиной 3 мкм для выравнивания фронта обтекаемого плазменного сгустка. Полная масса "плотенки" и пленки m_{tot} приблизительно 120 мг.

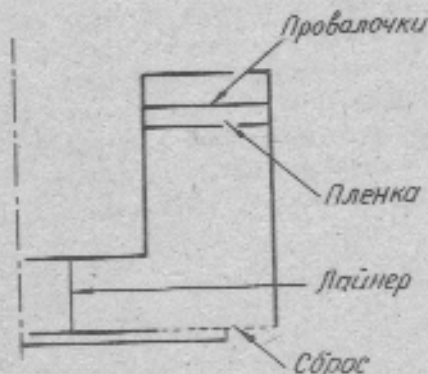


Рис. 1. Схема плазмо-динамического размыкателя

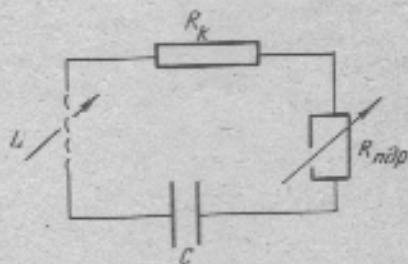


Рис. 2. Упрощенная электрическая схема

В течение первых 3,5-3,8 нс плазменный сгусток проходит приблизительно 5,5 см, ускоряясь до скоростей порядка 7-10 см/нс при токе 12-13 МА. Когда сгусток покидает коаксиал, ток переключается на цилиндрический лайнер, который сжимается на оси системы, генерируя излучение.

В эксперименте используется конденсаторная батарея емкостью $C=1300$ нФ, заряжаемая до напряжения $U_0 = 95$ кВ ($CU_0^2/2 = 5,9$ МДж). Ее паразитная индуктивность $L_c = 16,5$ нГн.

В целом, анализ литературы по ПДР позволяет сделать вывод о возможности использования их в качестве мощных индуктивных импульсных систем для сжатия лайнеров и Z-пинчей, источников рентгеновских лучей, причем первичными источниками энергии могут являться относительно медленные системы.

Система оценок

Рассмотрим аналитическую модель, позволяющую построить систему оценок, необходимую для обоснования квазииндуктивной модели.

1.1. Модель оценок

Эквивалентная электрическая схема установки представлена на рис. 2, где C - емкость конденсаторной батареи, L_c , R_c - индуктивность и сопротивление конденсаторной батареи и подводящих проводов, L_{pfr} , R_{pfr} - переменные индуктивность и сопротивление ПДР. Считается, что емкость ПДР пренебрежимо мала по сравнению с емкостью конденсаторной батареи.

Уравнение такой цепи записывается в виде:

$$\frac{d^2 U}{dt^2} + \left(\frac{1}{L} \frac{dL}{dt} + \frac{R}{L} \right) \frac{dU}{dt} + \frac{1}{CL} U = 0, \quad (1.1)$$

где U - напряжение на конденсаторной батарее, $L = L_c + L_{pfr}$, $R = R_c + R_{pfr}$.

Для получения качественных результатов рассмотрим простейшую модель, в которой считается, что плазменный сгусток есть проводящее кольцо, не меняющее своих свойств в процессе выстрела. Пренебрегая индуктивностью сгустка, тогда $L_{pfr} = L_k$, где L_k есть индуктивность коаксиала. Она линейным образом зависит от расстояния, пройденного центром масс сгустка x :

$$L_k = F \mu_0, \quad (1.2)$$

где $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(r_2/r_1)$ есть погонная индуктивность коаксиала, r_1 и r_2 его внутренний и внешний радиусы.

Также пусть $\frac{dL}{dt} \ll R$, а зависимость сопротивления от времени можно пренебречь. Тогда уравнение цепи (1.1) можно переписать так:

$$\frac{d^2 U}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC} U = 0 \quad (1.3)$$

уравнение движения имеет вид:

$$m \frac{d}{dt} v_c = \frac{1}{2} FI^2, \quad v_c = \frac{d}{dt} x_c, \quad (1.4)$$

где m — масса кольца, I — ток в цепи. Оно подробно выводится далее для более общей модели.

Рассматривая достаточно малые времена, систему уравнений (1.3) и (1.4) можно расцепить ($L=L_c$). Тогда решение (1.3) есть:

$$U = U_0 e^{-\alpha t} (\cos \omega t + \frac{\alpha}{\omega} \sin \omega t),$$

где $\omega = \sqrt{1/L_c^2 C - R^2/4L_c}$, $\alpha = R/2L_c$. Для более компактной записи выражений примем что $R^2/4L_c^2 \ll 1/LC$, тогда $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. При малых временах $t \ll 1$ выражение для тока имеет вид:

$$I = -CV_0 \omega_0^2 t \quad (1.5)$$

Подставив выражение (1.5) в (1.4) и проинтегрировав, имеем

$$v_c = \frac{1}{6} \frac{FV_0^2}{\pi L_c^2} t^3, \quad (1.6)$$

$$= \frac{1}{24} \frac{FV_0^2}{\pi L_c^2} t^4 = \alpha t^4. \quad (1.7)$$

1.2. Сопротивление скин-слоя

Оценим значимость сопротивления скин-слоя, возникающего в электродах коаксиала

$$R_s(t) = \int_0^{x_c} \rho \frac{1}{\delta_s(\xi) 2\pi r} d\xi, \quad (1.8)$$

где ρ — удельное сопротивление материала электрода, r — его радиус, $\delta(\xi)$ — толщина скин-слоя в точке ξ . Ее можно оценить как

$$\delta_s(\xi) = 2 \sqrt{\rho/\mu(t-t^*(\xi))}, \quad (1.9)$$

где $t^*(\xi)$ — время "прибытия" сгустка в точку ξ , μ — абсолютная магнитная проницаемость материала электрода. Ясно, что чем выше скорость движения разряда, тем выше сопротивление скин-слоя. Исходя из того, что решение (1.6) в каждый момент времени дает завышенное значение скорости, можно утверждать, что использование закона (1.7) дает значение R больше реального. Итак,

$$t^*(\xi) = \left(\frac{\xi}{\alpha}\right)^{1/4}. \quad (1.10)$$

После интегрирования имеем

$$R_z = 0,3 \sqrt{\mu\rho} \frac{1}{r} \text{ at}^{7/2}. \quad (1.11)$$

Так как интересующее нас развитие ПДР ограничивается четверть периода, то

$$R_{z, \max} \sim \sqrt{\mu\rho} \frac{1}{r} \frac{\pi U_0^2 C^{7/4}}{\pi L_0^{1/4}}. \quad (1.12)$$

Для рассматриваемого эксперимента $R_{z, \max} \sim 10^{-3}$ Ом. Так как оценка данна и R_z зависит от времени в сильной степени, то для начальных времен развития ПДР R_z несущественно по сравнению с омическим сопротивлением цепи $\sim 10^{-3}$.

1.3. Значимость эрозии электродов

Произведем оценки изменения массы объекта, вызванного эрозией медных электродов. Масса выброшенного металла при катодном распылении пропорциональна заряду протекшему через электроды. Коэффициент пропорциональности α для меди порядка $3 \cdot 10^{-6}$ мг/Кл. Прирост массы, вызванный данным механизмом есть

$$\Delta m_1 = \alpha I_0 / \omega_0 = 70 \text{ мг}. \quad (1.13)$$

Видно, что увеличение массы стержня даже для одного данного механизма довольно значительно (масса самого стержня 120 мг) и это обстоятельство должно быть учтено в последующем развитии модели. Нужно отметить, что скорость эрозии пропорциональна току и поэтому для начальных времен развития разряда скорость прироста массы мала и, следовательно, может быть исключена из рассмотрения.

В модели, рассматриваемой ниже, учитываются реальные свойства материала стержня (алюминий) и дополнительный учет материала электродов (медь) привнес бы и чрезмерному усложнению расчетов, поэтому эффекты эрозии не включаются в рассмотрение.

2. Квазиуравненная модель

Модель, представленная в этом параграфе, кроме поведения тока, скорости, напряжения и координаты, даст также и толщину стержня с его температурой, скоростью разлета стержня и давлением. Полная система уравнений приведена в пункте 2.6.

2.1 Модельные распределения параметров

Примем, что распределения давления P и температуры T стержня не зависят от координат внутри токовой оболочки. Плотность тока j имеет только радиальную составляющую и не зависит от осевой координаты.

координаты. Отсюда следует, что выполняется зависимость

$$j(r) = I / (2\pi r^2), \quad (2.1)$$

напряженность магнитного поля в линейно спадает вдоль толщины сгустка (рис. 3) и внутри сгустка (ξ — внутренняя координата) выполняется соотношение:

$$B(r, \xi) = \frac{\mu I}{2\pi r} \left(1 - \frac{\xi}{\delta}\right). \quad (2.2)$$

вне сгустка: справа $B = 0$, слева $B = \frac{\mu I}{2\pi r}$

Условие однородности распределения плотности тока по толщине сгустка равносильно требованию, что время диффузии магнитного поля $\tau_m = \mu \delta^2$ много меньше характерных времен задачи (1 мкс). Данное условие хорошо выполняется для стадии электропроява ($\tau_m \approx 10^{-5}$ – 10^{-4} мкс), однако в плазменной области нарушается ($\tau_m = 1$ мкс) и, следовательно, нулевой моделью распределения поля корректно описано быть не может и в этом случае более адекватное представление дает модель плазмы с вмороженным магнитным полем, описанная в работе [1]. Тем не менее, для того чтобы остаться в рамках нулевой модели, далее будет предполагаться справедливость (2.2).

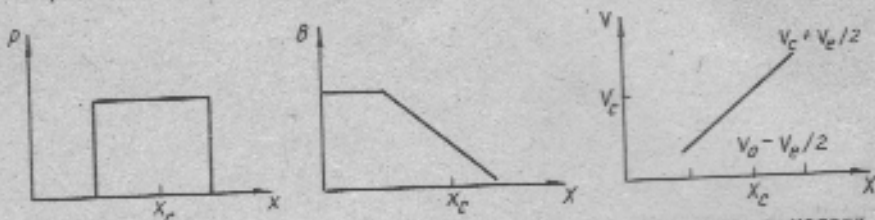


Рис. 3. Распределения основных параметров, используемые в модели

Зависимость B и j от радиальной координаты приводит к зависимости магнитной силы от r как $1/r^2$. Это, несомненно, должно приводить к искривлению поверхности сгустка и неравномерности массы. Этими эффектами в рамках нулевой модели пренебрегаем. Распределение скорости внутри сгустка принимается линейным (см. рис.3).

$$v = v_c - v_p/2 + v_p \frac{\xi}{\delta} \quad \xi[0, \delta]. \quad (2.3)$$

Отметим, что давления на границах сгустка принимается равным нулю.

2.2. Масса

Будем считать, что масса сгустка остается постоянной и равной первоначальной массе фольги с пленкой (m_{tot}). При этом пренебрегаем эрозией стенок коаксиала, массой газа наполняющего систему, и различного типа неустойчивостями. Можно записать следующие соотношение:

$$m = \rho S \delta \quad (2.4)$$

где S - площадь сгустка.

2.3. Импульс

Закон сохранения импульса в свободном виде для рассматриваемой системы можно записать как

$$\frac{d}{dt} \int \rho v(\xi) d\xi = \sum F_x, \quad (2.5)$$

где $\sum F_x$ - сумма сил (в том числе давления) действующих на выделенный объем.

Уравнение движения центра масс

Пренебрежем силами трения. Проинтегрируем в уравнении (2.5) по объему всего сгустка.

$$\frac{d}{dt} \rho \int_0^{\delta} v(\xi) d\xi = P_b(0), \quad (2.6)$$

$$P_b(0) = \frac{1}{S} \int_{r_1}^{r_2} \frac{B^2(r)}{2\mu} 2\pi r dr = \frac{\pi I^2}{2S}, \quad (2.7)$$

а $B(r)$ дается выражением (2.2) при $\xi = 0$. Выполним интегрирование, с учетом выражений (2.5), (2.6), (2.7) имеем

$$m \frac{d}{dt} v_c = \pi I^2 / 2, \quad (2.8)$$

$$\frac{d}{dt} x_c = v_c \quad (2.9)$$

Уравнение разлета

Следя работе [4], запишем уравнение (2.5) для двух полуобъемов: для полуобъема $[0, \delta/2]$:

$$\frac{d}{dt} \int_0^{\delta/2} \rho \xi d\xi = -P - P_b(\delta/2) + P(0) \quad (2.10)$$

и для полуобъема $[\delta/2, \delta]$:

$$\frac{d}{dt} \int_{\delta/2}^{\delta} \rho v(\xi) d\xi = P_b(\delta/2) + P, \quad (2.11)$$

где P есть газодинамическое давление внутри сгустка, а $P_b(\delta/2)$ - магнитное давление при $\xi = \delta/2$. Вычтя выражение (2.10) из (2.11), и учтя, что $P_b(\delta/2) = P_b(0)/4$, получим

$$n \frac{d}{dt} v_c = 8\pi S - \pi I^2, \quad (2.12)$$

$$\frac{d}{dt} \delta = v_s. \quad (2.13)$$

Из данного вывода следует интерпретация (динамическая) толщины сгустка как удвоенного расстояния между центрами масс половинок (массовых) сгустка и скорости разлета как производной от этой величины. Если рассматривать изоэнтропический разлет сгустка в пустоту, то скорость разлета, полученная таким образом, будет занижена по сравнению с действительной, так как не будет учитываться вакуумные хвосты сгустка. Основываясь на этом выводе, можно утверждать, что модель даст заниженное значение.

2.4. Уравнение цепи

Уравнение электромагнитной индукции

$$\oint (\vec{E}_{em} d\vec{l}) = - \frac{d}{dt} \left[\int (\vec{B} d\vec{a}) \right]$$

запишем для контура 1234, представленного на рис. 4, где 23 и 14 являются частями внутреннего и внешнего электродов коаксиала, 34 - левая граница сечения сгустка (ее координата $x_c = \delta/2$), V - напряжения, развиваемое внешней цепью ПЕР. Поток B через этот контур есть $\pi I(x_c - \delta/2)$, а

$$\oint (\vec{E}_{em} d\vec{l}) = -U + \int_{r_1}^{r_2} \frac{j(r)}{\sigma} dr$$

где σ - проводимость сгустка, $j(r)$ дается выражением (2.1).

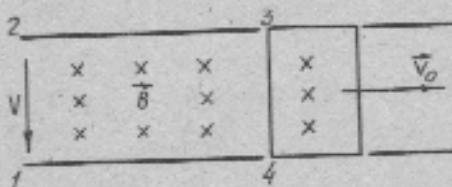


Рис. 4. Контур 1234 используемый при интегрировании уравнения электромагнитной индукции

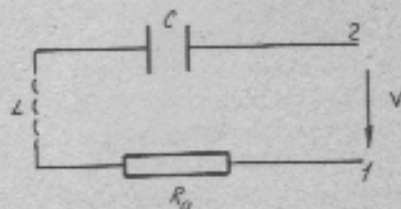


Рис. 5. Внешняя часть электрической цепи

Произведя интегрирование и подставив уравнение внешней цепи (рис. 5), имеем:

$$\left[R_p + R_0 + F(v_0 - \frac{1}{2} v_*) \right] I + \left[F(x_c - 5/2) + L_c \right] \frac{dI}{dt} + U = 0, \quad (2.14)$$

$$I = -C \frac{dU}{dt}, \quad (2.15)$$

U - напряжение на конденсаторе,

$$R_p = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sigma} \frac{1}{\delta} \ln(r_1/r_2) \quad (2.16)$$

2.5. Уравнение энергии

Уравнение закона сохранения энергии запишем в виде

$$\frac{d}{dt} \iiint_V (e + e_k) dV = \iiint_V (jE) dV - \iint_{\delta V} p(V ds) - \iint_{\delta V} q_{rad} ds \quad (2.17)$$

В этой записи пренебрегается работой силы трения, потери тепла связанными, например, с теплопроводностью. Член с q_{rad} представляет потери сгустка на излучение, обсуждаемый далее. Проинтегрировав по объему сгустка, имеем

$$\frac{d}{dt} \left(E + \frac{v^2}{12} \right) = (R_p - \frac{1}{12} F v_*) I^2 / n - Q_{rad} \quad (2.18)$$

здесь E - внутренняя удельная энергия сгустка. При вычислении учтено, что нормальная компонента скорости на границах плазмен- стенки коаксиала равна нулю и что давление на свободных границах сгустка обращается в нуль. По этой причине в выражении (2.18) отсутствует член, связанный с работой сил давления.

По материалам [17-20] Полищуком А.Я. были построены табличные функции зависимости массовых интегральных коэффициентов поглощения осредненных по Планку и по Росселанду в широком диапазоне температур и плотностей. Анализ этих зависимостей показывает, что отношение толщины сгустка к длине пробега фотона при плотностях и температурах полученных расчетах по модели не учитывающей потери на излучение оказывается более 5-10. Это обстоятельство позволяет в некотором приближении использовать модель сгустка излучающего как абсолютно черное тело [14]. Таким образом радиационный член в уравнении энергии имеет вид:

$$Q_{rad} = \sigma_{st} T^4 S_v / n. \quad (2.19)$$

где S_v - площадь поверхностей сгустка граничащих с вакуумом. Нужно

отметить, что при расчетах уровень потерь на излучение составил в среднем 10-50% от джоулевой диссипации при $T=1$ eV и превышает ее при температурах выше 3 eV, поэтому их учет необходим для условий ПДР.

2.5.2. Уравнение энергии для всей системы

Для проверки правильности численного решения рассматриваемой системы уравнений получим интегральное выражение закона сохранения энергии описываемой физической системы.

Домножим уравнение цепи (2.14) на I , уравнение движения центра масс (2.8) на v_c , уравнение разлета (2.9) на v_0 , интегрируя полученные выражения по времени и затем, комбинируя их с проинтегрированным уравнением энергии, получим:

$$\begin{aligned} & \left(F(x_0 - \frac{\delta}{2}) + L_c \right) \frac{I^2}{2} + \frac{CU^2}{2} + \frac{mv_c^2}{2} + \frac{mv_0^2}{12} + mE + \\ & + \int_0^t \left((R_c + \frac{Fv_0}{6}) I^2 + mQ_{rad} \right) dt = CU_0^2/2. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Аналогичное уравнение можно получить для сохранения магнитного потока (путем интегрирования уравнения цепи)

$$LI = - \int [(R_p + R_0) I + U] dt, \quad (2.21)$$

где $L = L_p + L_0$.

2.6. Полный вид системы уравнений

Приведем для справки полную систему уравнений

$$\begin{aligned} (0) \quad & \frac{d}{dt} U = -I/C, \\ (1) \quad & \frac{d}{dt} I = - \left((U + (R_p + R_c + F(v_0 - v_c/2)) I) / (F(x_c - \delta/2) + L_c) \right), \\ (2) \quad & \frac{d}{dt} x_c = v_c, \\ (3) \quad & \frac{d}{dt} v_c = FI^2/m, \\ (4) \quad & \frac{d}{dt} v_0 = v_c, \\ (5) \quad & \frac{d}{dt} v_0 = 8 \cdot P \cdot S/m - F \cdot I^2/m, \\ (6) \quad & \frac{d}{dt} E = (R_p - \frac{Fv_0}{12}) \cdot I^2/m - \frac{v_0}{6} \cdot \dot{v}_0 - Q_{rad}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Данная система замыкается широкодиапазонными уравнениями состояния $P(E, v)$, $T(E, v)$ и широкодиапазонной зависимостью (T, ρ) . Для данной системы ставятся следующие начальные условия:

$$U = U_0; I = 0; x_c = 0; v_c = 0; \delta = \delta_0; v_0 = 0; E = 0. \quad (2.23)$$

Параметры установки были взяты для установки Shiva Star с целью верификации модели.

Рассматриваемая система дифференциальных уравнений требует численного решения. Метод ее интегрирования и описание программы изложены далее.

3. Реальные свойства Al

Для замыкания рассматриваемой системы уравнений необходимо задаться конкретными зависимостями давления P и проводимости от удаленных энергий E и объема V . Табличные функции $P(E, V)$ и $T(E, V)$ для алюминия были представлены Ломоносовым И.В. на основе широкодиапазонных уравнений состояния [15, 16], а табличные функции проводимости $\sigma(T, \rho)$ - Койджаном [13]. Данные функции сквозным образом описывают свойства Al от твердофазной до плазменной областей.

Так как напряженность магнитного поля в максимуме тока достигает 30 Тл, то заметную роль начинает играть уменьшение проводимости плазмы за счет эффекта Холла. (Параметр Холла достигает значений порядка 1). Таким образом, в выражение для сопротивления сгустка должно подставляться модифицированное значение проводимости

$$\sigma_{\text{mod}}(T, \rho, B) = \sigma(T, \rho) \frac{1}{1 + \beta^2} \quad (3.1)$$

Введение такой проводимости приводит к необходимости работы с еще одной табличной функцией - концентрацией электронов, что увеличивает время счета еще на 20%, поэтому результаты расчетов пока не включают этой модификации.

4. Программная реализация

Выведенная система дифференциальных уравнений нелинейна и требует численного решения.

4.1. Описание программы

Программа расчета состоит из следующих основных блоков: запуска, ввода/вывода, интегрирования, аппроксимации табличных функций. Написана на языке Си. Счет занимает около 6 ч на машине класса IBM PC AT 286/287 12 МГц. Приблизительно 80% времени счета приходится на работу с табличными функциями.

4.2. Описание численного метода

Задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных урав-

нений (2.22) решалась численно с помощью неявного метода Адамса второго порядка точности с автоматическим выбором шага интегрирования. Выбор данного метода вызван его хорошей устойчивостью (неявность), наибольшей быстротой среди неявных методов [10-12] и простотой (отсутствием вообще) процедуры пересчета предыдущих значений при изменении шага интегрирования.

Для дальнейшего изложения запишем систему ОДУ (2.22) в виде

$$\frac{d}{dt} \vec{Y}(t) = \vec{F}(\vec{Y}) \quad (4.1)$$

и обозначим шаг интегрирования через τ . Сущность алгоритма заключается в следующем. По значению $\vec{Y}(t)$ на данном временном шаге по методу Ньютона вычисляется прогнозируемое значение $\vec{Y}$ на следующем:

$$\vec{Y}_{\text{прог}}(t+\tau) = \vec{Y}(t) + \tau \vec{F}(\vec{Y}(t)) \quad (4.2)$$

Далее с помощью значений $\vec{Y}(t)$ и $\vec{Y}_{\text{прог}}(t+\tau)$ вычисляется скорректированное значение $\vec{Y}_{\text{кор}}(t+\tau)$.

$$\vec{Y}_{\text{кор}}(t+\tau) = \vec{Y}(t) + \tau [\vec{F}(\vec{Y}(t)) + \vec{F}(\vec{Y}_{\text{прог}}(t+\tau))] / 2 \quad (4.3)$$

По разности $\vec{Y}_{\text{прог}}(t+\tau) - \vec{Y}_{\text{кор}}(t+\tau)$ можно грубо судить о локальной ошибке усечения [10,12]. Для выбора шага интегрирования рассматривалась следующая величина:

$$\epsilon = \max \left[|\vec{Y}_{\text{кор}}^i - \vec{Y}_{\text{прог}}^i| / (|\vec{Y}_{\text{кор}}^i| + \vec{Y}_0^i) \right], \quad (4.4)$$

где $\vec{Y}_0^i$ есть некоторые малые неотрицательные величины, позволяющие избежать деления на ноль. Если данная ошибка оказывалась больше 0.013, то шаг уменьшался вдвое и описанные операции повторялись. После такого выбора шага производилось несколько итераций по формуле (4.3). Сходимость контролировалась по формуле (4.4). Если скорость сходимости была мала (или ее вообще не было) шаг уменьшался вдвое. Если ошибка (4.4) была меньше 0.0013, то значение шага интегрирования для начала расчета $\vec{Y}(t+2\tau)$ увеличивалось вдвое. Нужно отметить, что в процессе счета шаг интегрирования изменялся на 2-3 порядка, что демонстрирует необходимость его подстройки во время счета.

4.3 Аппроксимация табличных функций

Аппроксимация двумерных табличных функций $z(x,y)$ проводилась на логарифмической сетке. С помощью бинарной функции поиска определялась ячейка в которой находятся конкретные x и y . Далее про-

водилась непрерывная кусочно-линейная интерполяция с использованием значения в центральной точке ячейки, вычисленного как среднее арифметическое значение в окружающих узлах сетки. Данный метод имеет второй порядок точности. Нужно отметить, что время необходимое для аппроксимации табличных функций является наиболее определяющим для времени счета, поэтому был выбран метод, дающий приемлемое качество при наибольшей скорости.

4.4 Искусственная вязкость

Было замечено, что при расчете твердофазной и жидкой областей (до энергии 3,29 кДж/г) подстраиваемый шаг интегрирования становится очень малым, что приводит к резкому увеличению времени счета (оценочно порядка 100 ч). Причина изменения шага заключается в его подстройке для корректного описания возникающих колебаний толщины сгустка. Природа этих колебаний акустическая. Действительно, запишем уравнение разлета в терминах удельного объема $V = S\delta/\pi$ и разложим его по степеням малости $V - V_0$, где V_0 - некоторый равновесный объем (член P_0 относительно мал в начальные времена развития сгустка):

$$\frac{d^2}{dt^2} V = -8 \left(\frac{S}{\pi} \right)^2 \frac{\partial P}{\partial V} \bigg|_{V=V_0} (V - V_0),$$

так как скорость звука

$$c_s = V \left| \frac{\partial P}{\partial V} \right|^{1/2} \quad \text{а} \quad \frac{\partial P}{\partial V} < 0,$$

то уравнение (2.13) принимает вид:

$$\frac{d^2}{dt^2} V = -8 \left(\frac{c_s}{\delta_0} \right)^2 (V - V_0).$$

Видно, что характерное время колебаний есть $\delta_0 / (8^{1/2} c_s)$ и имеет порядок 10^{-10} с. Движение точки описывающей состояние сгустка в плоскости плотность - удельная энергия при энергиях меньше энергии плавления происходит в узкой трубке ограниченной изобарой 1 ГПа и -1 ГПа. Малое изменение толщины сгустка относительно некоторой равновесной приводит к резкому возрастанию возвращающего давления и поэтому осредненное движение точки описывающей состояние системы будет проходить вблизи изобары $P = 0$. В силу вышеизложенного был использован прием введения искусственной вязкости: в уравнение разлета (2.13) был добавлен член $-frV_s$, гасящий колебания. Коэффициент fr выбирается таким образом, чтобы модифицированное

уравнение (2.13) имеет слабо осциллирующее решение. Выбор коэффициента fr много больше критического (при котором корни соответствующего характеристического уравнения становятся чисто действительными, его порядок 10^{-10}) увеличивает время реакции системы на изменения давления (вызванные увеличением внутренней энергии за счет джоулевой диссипации) и приводит к огромным давлениям при выходе из трубки на плоскости E, V . Поэтому коэффициент трения fr был выбран 10^9 . Нужно отметить, что введение искусственного трения ускорило счет в десятки раз.

5. Результаты

Результаты вычислений представлены на рис. 6-13. Как было указано во введении, эти результаты получены для параметров установок Shiva Star, и, таким образом, качество модели может быть проверено сравнением с экспериментом.

5.1 Сравнение с экспериментом

В работе [21] даны результаты измерений магнитными пробниками установленными в стволе магнитной пушки расположенными на расстояниях 2.3(N 1), 4.3(N 2), 7.3(N 3) см от начала пушки, причем первый располагается позади проволочной сетки, а остальные два - впереди. Из показаний первого пробника можно получить зависимость разрядного тока от времени, а по показаниям остальных можно судить о скорости движения ступки и его толщине. Сравнение экспериментального и расчетного разрядных токов (рис. 7) показывает довольно хорошее совпадение (в пределах 10%) кривых. Более того, пиковое значение тока и время его достижения описаны с точностью, находящейся в пределах точности снятия кривой тока с экспериментального графика. Завышенное значение тока можно объяснить тем, что модельное уравнение цепи (2.14) содержит член $-Fv I/2$, который существенным образом уменьшает эффективное сопротивление цепи во время первоначального разлета ступки, приводя к более высоким значениям тока. Как было показано ранее увеличение массы ступки за счет эрозии электродов весьма существенно. Учет притока массы снизил бы значения V_e и привел бы к лучшему совпадению рассматриваемых кривых. Нужно отметить, что член динамического сопротивления (пропорциональный V_e) дает вклад в сопротивление цепи вплоть до 10%.

В работе [21] приведена скорость вылета ступки из пушки равная 80 км/с, что совпадает с расчетным значением скорости движения центра масс при вылете (рис. 9).

Толщина сгустка, оцененная как время наиболее резкого нарастания тока в пробниках N 2 и N 3, умноженная на скорость движения составляет несколько сантиметров, что воспроизводит среднюю толщину

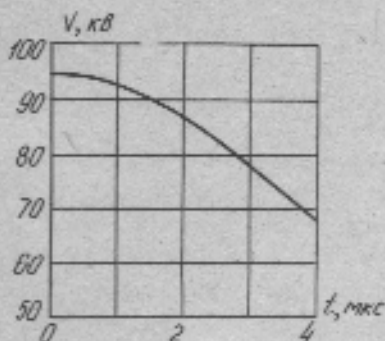


Рис. 6. Зависимость напряжения на конденсаторной батарее от времени

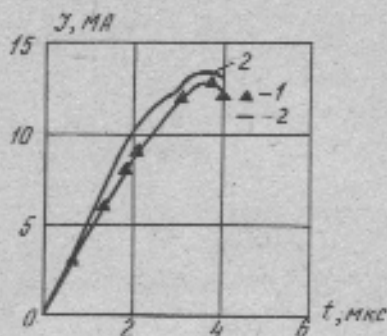


Рис. 7. Зависимость разрядного тока от времени: 1 - эксперимент, 2 - расчет

ну сгустка 2 см (рис. 10). Конечно, такая оценка толщины сгустка может дать только представление о порядке ее величины (ист. прямых указаний на то, какую массу имеет сгусток в экспериментальных условиях. Более "чистое" сравнение может быть сделано при сравнении модели с моделью более высокого уровня описания.

5.2 Пульсации сгустка

Как видно из графиков 10 и 12, поведение толщины сгустка и его температуры немонотонны - сгусток пульсирует.

Природа пульсаций заключается в действии на сгусток двух сил - силы магнитного давления, сжимающего сгусток, и силы газодинамического давления, расширяющей его. Сжатие сгустка магнитными силами может быть объяснено следующим образом: так как плотность тока j постоянна по толщине сгустка, а поле B линейно падает к правому краю сгустка (см. рис. 3), то для более левых частей сгустка объемная сила $j \times B$ больше чем для более правых, и, следовательно, более левые части сгустка движутся быстрее правых - сгусток сжимается.

Обе рассматриваемых силы присутствуют в уравнении разлета (2.12) - член газодинамического давления со знаком плюс и магнитного со знаком минус. На рис. 13 представлены зависимости обеих

этих двух давлений от времени. Основываясь на этих графиках развитие сгустка можно описать следующим образом.

Во время электровзрыва и при начальном разлете плазменного сгустка член магнитного давления относительно мал и сгусток разлетается под действием внутреннего давления. По мере разлета газодинамическое давление падает, в то время как магнитное (пропорциональное квадрату времени) растет и в некоторый момент оба давления сравниваются, но разлет продолжается в силу инерционности сгустка. При некоторой толщине разлет прекращается и начинается сжатие сгустка магнитным давлением и уменьшение толщины сгустка, приводящее к росту внутреннего давления. Далее все происходит по сценарию, обратному описанному.

Аналитическое исследование системы уравнений показывает, что по порядку величины период колебаний равен средней толщине сгустка деленной на скорость звука. Частота может быть представлена как

$$\Omega^2 \approx \frac{16R\langle T \rangle}{\langle s \rangle^2}$$

где параметры, заключенные в угловые скобки, есть соответствующие средние величины. Наглядная интерпретация колеблющегося сгустка - две массы на нелинейной пружине, жесткость которой возрастает при сжатии.

Нужно отметить, что реальные колебания толщины сгустка, если они действительно наблюдаются, должны иметь меньшие значения скорости разлета и сжиоппеания в силу увеличения массы сгустка. (По-видимому, интенсивность колебаний, - а в расчетах происходит изменение давления в 500 раз, мало реальна.)

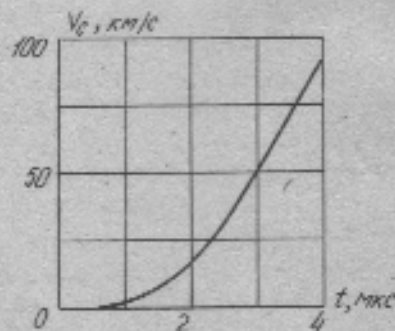
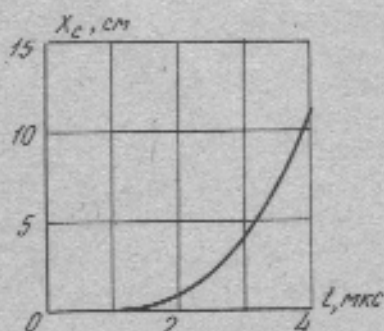


Рис. 8. Зависимость координаты центра масс сгустка от времени

Рис. 9. Зависимость скорости центра масс сгустка от времени

Ссылку на подобные колебания диаметра пинчового образования, ускоряемого вакуумной электромагнитной пушкой можно найти в работе [25]. Как было указано выше, распределение магнитного поля в плазменном сгустке должно существенно отличаться от линейного, принятого в модели, газодинамическое давление должно зависеть от внутренней координаты сгустка и поэтому более корректное описание колебаний можно получить из модели более высокого уровня описания.

Основные выводы и результаты

1. Создана квазиуниверсальная модель вакуумной плазменной пушки. Модель описывает следующие характеристики подобных установок: напряжение на емкостном накопителе, разрядный ток, скорость и координата центра масс метаемого сгустка и также внутренние параметры сгустка как толщина, скорость разлета, температура, давление и сопротивление.

Замыкание модели производится широкодиапазонными уравнениями состояния и широкодиапазонной зависимостью проводимости, что позволяет рассматривать полное развитие разряда включая электровзрыв. Наряду с реальными свойствами в модель включены потери сгустка на излучение.

2. Создан пакет программ написанный на языке Си для семейства IBM PC, использующий неявный метод Адамса для решения модельной системы уравнений. Проведены вычисления.

3. Для увеличения скорости расчета стадии электровзрыва предложено ввести в модельное уравнение разлета искусственную вяз-

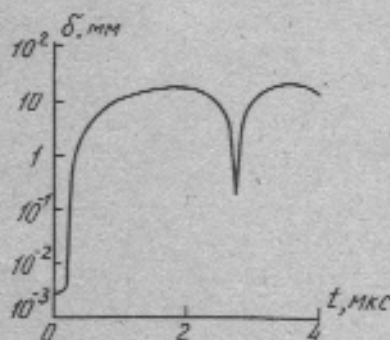


Рис. 10. Зависимость толщины сгустка от времени

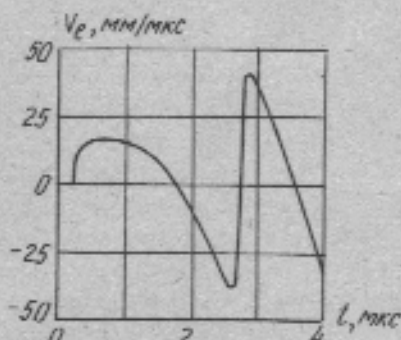


Рис. 11. Зависимость скорости разлета сгустка от времени

кость. Вычисленно значение коэффициента вязкости. Указанный прием позволил снизить время расчета с оценочно 100 до 6 ч.

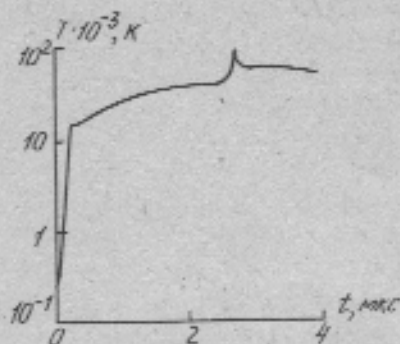


Рис. 12. Зависимость температуры сгустка от времени

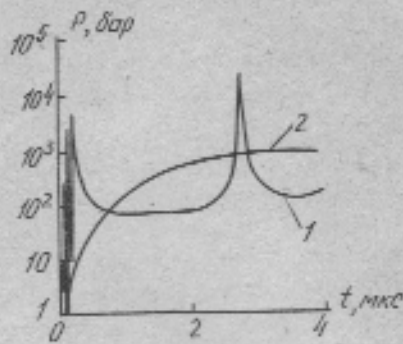


Рис. 13. Сравнение газодинамического (1) и магнитного (2) давлений

4. Сравнение с имеющимися экспериментальными данными показывает, что модель с точностью в пределах 10% предсказывает положение экспериментальной кривой тока и хорошо описывает время достижения максимума тока. Кроме того скорость вылета сгустка из пушки совпадает с экспериментальной, толщина сгустка и его температуры имеют те же характерные значения что и в эксперименте.

5. Обнаружены пульсации толщины сгустка. Дана интерпретация.

6. Проведены оценки и указано на необходимость учета уменьшения проводимости за счет эффекта Холла и увеличения массы сгустка за счет эрозии электродов.

Как было отмечено выше, в результате расчетов было обнаружено наличие пульсаций толщины сгустка. Поэтому дальнейшее развитие моделирования плазменного разряда, видимо, следует проводить в направлении исследования этих пульсаций. Так как развитие сгустка имеет существенно одномерный характер, то вопрос о существовании колебаний должен быть решен расчетами по одномерной модели. Если такое моделирование даст положительный ответ, то рассмотренную в настоящей работе модель можно будет использовать для параметрических исследований с целью определения области параметров установок, где пульсации могут быть обнаружены. Другое применение модели может заключаться в ее использовании для расчета области параметров сгустка в начальной стадии развития, где важно

учитывать эффекты неидеальности. И, таким образом, подготовки начальных условий для "газовой" одномерной программы.

Авторы работы выражают благодарность Матвеевой Е.Н., Матвееву М.Ю., Лихачеву А.П. и Янковскому Б.Д. за активное содействие в создании и обсуждении материала данного препринта.

Литература

1. Turchi P.J. et al. Review of Plasma Flow Switch Development, IEEE Transactions in Plasma Science, December 1987, V.PS-15, No 6.
2. Shearer J.W. et al., "Explosive-Driven Magnetic Field Compression Generators", J.Appl.Phys., 1968, V.39, P.2102.
3. Pavlovskii A.J. et al. "A Multi-Wire Helical Magnetic Compression Generator", 1990, *Megagauss Physics and Technology*, P.J.Turchi Ed. New York, Plenum.
4. Lindemuth I.R. et al., J.Appl.Phys. No 57(9), 1985.
5. Turchi P.J., Caird K.S. and Goforth J.H. "Design of a Fast-plate Generator Driving a Plasma Flow Switch."
6. Degnan J.H. et al "Multi-Megajoule Solid Liner Implosions".
7. Ruff J., Frese M.H., Giancola A.J., Peterkin R.E. and Roderich N.F. "Simulations of a Plasma Flow Switch", IEEE Transaction, on plasma science, 1987, V.PS.-15, No.6, P.766-771.
8. Degnan J.H. et al. "Experimental Results from SHIVA Star Vacuum Inductive Store (Plasma Flow Switch Driven Implosions)", IEEE Transactions, 1987, Plasma Science, V.PS-15, No 6, P. 760-765.
9. Turchi P.J. et al. "Magnetoacoustic Model for Plasma Flow Switching ", in Proc. 4th IEEE Pulsed Power Conf., 1983, P.342.
10. Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие / В.В.Иванов - Киев: Наукова думка, 1986 .
11. Форсайт Дж., Молькольм М., Моултер К. Машинные методы математических вычислений, М.: Мир, 1980.
12. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров", М.: Наука, 1984.
13. Беспалов И.М., Полищук А.Я. Методика расчетов транспортных коэффициентов плазмы в широком диапазоне параметров: Препр. N 1 - 257. - М.: ИВТАН, 1988.

14. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений М.: Наука, 1963.
15. Бухман А.В., Канель Г.У., Ни А.П., Горюнов В.Е. Теплофизика и динамика интенсивных импульсных воздействий. - Черноголовка: ИХФ АН СССР, 1988.
16. Бухман А.В., Локоносов И.Б., Горюнов В.Е. Модели широкодиапазонных уравнений состояния вещества при высоких плотностях энергии; Препр. ИВИАП N 6 - 287.- М.:1990.
17. Zimmerman 1980 JQSRT 23, 517.
18. Naqir 1964 JQSRT 4, 597.
19. More R.M. 1982 JQSRT 27, 345.
20. Marcirli R.C., Fontain 1985 JQSRT 34, 115.
21. Байков А.П., Месяк А.Е. О характере плавления металлических проводников при импульсном нагреве // Письма в ЖТФ, 1979, Т.5, Вып. 22, С. 1355-1358.
22. Байков А.П. Экспериментальное исследование начальных стадий электрического взрыва проводников;/автореф.дис....канд.физ.-мат. наук. Новосибирск, 1981.
23. Столович Н.Н. Электроварынные преобразователи энергии. -Минск: Наука и техника, 1983.
24. Baker W.L. et al "Multi-Megampere Plasma Flow Switch Driven Liner Implosion", in Proc. 4th IEEE Pulsed Power Conf., P. 653.
25. Колесников Л.М. Электродинамическое ускорение плазмы.- М.: Атомиздат. 1971.

А.П.Деревянко, С.А.Медин

Квазиульмерная модель ускорения плазменного
сгустка в коаксиале

Препринт № 8-355

Подписано к печати 30.12.92 Формат 60х84/16
Печать офсетная. Уч.-изд.л. 1,3 Усл.печ.л.1,2
Тираж 200 экз. Заказ № 117 Цена 3 р.

АП "Шанс". 127412, Москва, ул.Ижорская, д.13/19